



练习册★

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学5

选择性必修第一册 RJA

细分课时

分层设计

夯实基础

突出重点

详答案本

天津出版传媒集团
天津人民出版社

目录 Contents

01 第一章 空间向量与立体几何

PART ONE

1.1 空间向量及其运算	练 001/导 139
1.1.1 空间向量及其线性运算	练 001/导 139
第 1 课时 空间向量及线性运算	练 001/导 139
第 2 课时 共线向量与共面向量	练 003/导 141
1.1.2 空间向量的数量积运算	练 005/导 143
1.2 空间向量基本定理	练 007/导 146
🔊 滚动习题(一) [范围 1.1~1.2]	练 009
1.3 空间向量及其运算的坐标表示	练 011/导 149
1.3.1 空间直角坐标系	练 011/导 149
1.3.2 空间向量运算的坐标表示	练 013/导 152
1.4 空间向量的应用	练 015/导 154
1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系	练 015/导 154
第 1 课时 空间中点、直线和平面的向量表示	练 015/导 154
第 2 课时 空间中直线、平面的平行	练 017/导 156
第 3 课时 空间中直线、平面的垂直	练 019/导 158
1.4.2 用空间向量研究距离、夹角问题	练 021/导 160
第 1 课时 用空间向量研究距离问题	练 021/导 160
第 2 课时 用空间向量研究夹角问题(一)	练 023/导 162
第 3 课时 用空间向量研究夹角问题(二)	练 025/导 164
🔊 滚动习题(二) [范围 1.3~1.4]	练 027
🔊 本章总结提升	导 167

02 第二章 直线和圆的方程

PART TWO

2.1 直线的倾斜角与斜率	练 029/导 171
2.1.1 倾斜角与斜率	练 029/导 171
2.1.2 两条直线平行和垂直的判定	练 031/导 173
2.2 直线的方程	练 033/导 175
2.2.1 直线的点斜式方程	练 033/导 175
2.2.2 直线的两点式方程	练 035/导 177
2.2.3 直线的一般式方程	练 037/导 179
2.3 直线的交点坐标与距离公式	练 039/导 181
2.3.1 两条直线的交点坐标	练 039/导 181
2.3.2 两点间的距离公式	练 039/导 181
2.3.3 点到直线的距离公式	练 041/导 184
2.3.4 两条平行直线间的距离	练 041/导 184
🔊 滚动习题(三) [范围 2.1~2.3]	练 043

2.4 圆的方程	练 045/导 186
2.4.1 圆的标准方程	练 045/导 186
2.4.2 圆的一般方程	练 047/导 188
2.5 直线与圆、圆与圆的位置关系	练 049/导 190
2.5.1 直线与圆的位置关系(A)	练 049/导 190
2.5.1 直线与圆的位置关系(B)	练 051
2.5.2 圆与圆的位置关系	练 053/导 193
⑩ 滚动习题(四) [范围 2.4~2.5]	练 055
⑪ 本章总结提升	导 195

03 第三章 圆锥曲线的方程

PART THREE

3.1 椭圆	练 057/导 199
3.1.1 椭圆及其标准方程	练 057/导 199
第1课时 椭圆及其标准方程	练 057/导 199
第2课时 轨迹问题	练 059/导 201
3.1.2 椭圆的简单几何性质	练 061/导 202
第1课时 椭圆的简单几何性质	练 061/导 202
第2课时 直线与椭圆的位置关系	练 063/导 204
第3课时 直线与椭圆的综合应用	练 065/导 206
⑩ 滚动习题(五) [范围 3.1]	练 067
3.2 双曲线	练 069/导 208
3.2.1 双曲线及其标准方程	练 069/导 208
3.2.2 双曲线的简单几何性质	练 071/导 211
第1课时 双曲线的简单几何性质	练 071/导 211
第2课时 直线与双曲线的综合应用	练 073/导 213
微专题 圆锥曲线的离心率	导 216
3.3 抛物线	练 075/导 218
3.3.1 抛物线及其标准方程	练 075/导 218
3.3.2 抛物线的简单几何性质	练 077/导 220
第1课时 抛物线的简单几何性质	练 077/导 220
第2课时 直线与抛物线的位置关系	练 079/导 222
⑩ 滚动习题(六) [范围 3.2~3.3]	练 081
⑪ 本章总结提升	导 225
◆ 参考答案(练习册)	练 083
◆ 参考答案(导学案)	导 229

测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第一章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第二章]	卷 03
单元素养测评卷(三)A [第三章]	卷 05
单元素养测评卷(三)B [第三章]	卷 07
模块素养测评卷	卷 09
参考答案	卷 11

1.1 空间向量及其运算

1.1.1 空间向量及其线性运算

第1课时 空间向量及线性运算

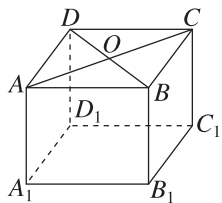
基础巩固

1. 下列命题中是假命题的是 ()

- A. 任意向量与它的相反向量不相等
- B. 和平面向量类似,任意两个空间向量都不能比较大小
- C. 如果 $|a|=0$,那么 $a=0$
- D. 两个相等的向量,若起点相同,则终点也相同

2. 如图,在四棱柱的上底面 $ABCD$ 中, $\vec{AB}=\vec{DC}$, AC 与 BD 相交于点 O ,则下列向量相等的是 ()

- A. \vec{AD} 与 \vec{CB}
- B. \vec{OA} 与 \vec{OC}
- C. \vec{AC} 与 \vec{DB}
- D. \vec{DO} 与 \vec{OB}



3. 在三棱锥 $O-ABC$ 中, $\vec{OA}+\vec{AB}-\vec{CB}=()$

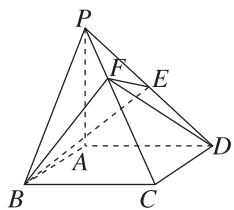
- A. \vec{OA} B. \vec{AB} C. \vec{OC} D. \vec{AC}

4. 若空间向量 a, b 不共线,且 $-a+(3x-y)b=xa+3b$,则 $xy=()$

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 6

5. (多选题)[2024·合肥一中高二期中] 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\vec{AP}=a, \vec{AB}=b, \vec{AD}=c$,若 $\vec{PE}=\vec{ED}, \vec{CF}=2\vec{FP}$,则 ()

- A. $\vec{BE}=\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}b+c$
- B. $\vec{BF}=\frac{2}{3}a-\frac{2}{3}b+\frac{1}{3}c$
- C. $\vec{DF}=\frac{2}{3}a+\frac{1}{3}b-\frac{2}{3}c$
- D. $\vec{EF}=\frac{1}{6}a-\frac{1}{3}b+\frac{1}{6}c$



6. 若空间中四点 A, B, C, D 满足 $4\vec{DA}+\vec{AC}=\vec{AB}$,则 $\frac{|\vec{AB}|}{|\vec{BC}|}=()$

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

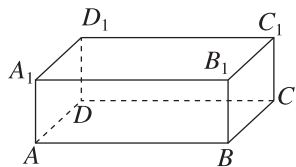
7. [2024·河北沧州高二期中] 已知空间向量 a, b, c ,化简 $\frac{1}{2}(a+2b-3c)+5(\frac{2}{3}a-\frac{1}{2}b+\frac{2}{3}c)-3(a-2b+c)=$ _____.

8. 下列说法中正确的是 _____.(填序号)

- ①若点 A, B, C, D 在一条直线上,则 \vec{AB} 与 \vec{CD} 是共线向量;
- ②若点 A, B, C, D 不在一条直线上,则 \vec{AB} 与 \vec{CD} 一定不是共线向量;
- ③若向量 \vec{AB} 与 \vec{CD} 是共线向量,则 A, B, C, D 四点必在一条直线上;
- ④若向量 \vec{AB} 与 \vec{CD} 是共线向量,则 A, B, C 三点必在一条直线上.

9. 如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=3, AD=2, AA_1=1$. 在以长方体的八个顶点中的两点为起点或终点的向量中:

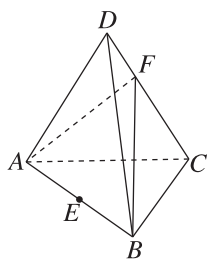
- (1)单位向量共有多少个?
- (2)写出与 \vec{AB} 相等的所有向量.
- (3)写出与 $\vec{AA_1}$ 相反的向量.



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
11
12
15

10. 如图,在四面体 $D-ABC$ 中, E 是棱 AB 的中点, $CF=2FD$.化简下列各式,并在图中标出化简得到的向量:

- (1) $\vec{AC} + \vec{CB} + \vec{BD}$;
 (2) $\vec{AF} - \vec{BF} - \vec{AC}$;
 (3) $\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{BC} + \frac{2}{3}\vec{CD}$.

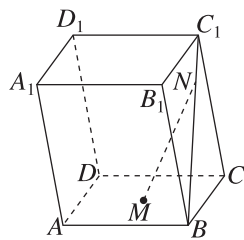


13. 在四面体 $OABC$ 中, G_1 是 $\triangle ABC$ 的重心, G 是 OG_1 上的一点,且 $OG = 3GG_1$,若 $\vec{OG} = x\vec{OA} + y\vec{OB} + z\vec{OC}$,则 $2x + 4y + 2z =$ _____.

14. 如图所示,已知几何体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是平行六面体.

(1)化简 $\frac{1}{2}\vec{AA_1} + \vec{BC} + \frac{2}{3}\vec{AB}$ (用 \vec{EF} 表示),并点明 E, F 的具体位置;

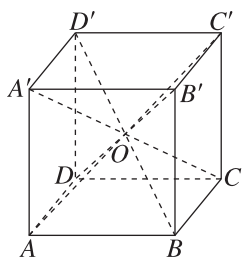
(2) 设 M 是底面 $ABCD$ 的中心, N 是侧面 BCC_1B_1 的对角线 BC_1 上一点,且 $C_1N = \frac{1}{4}C_1B$,设 $\vec{MN} = \alpha\vec{AB} + \beta\vec{AD} + \gamma\vec{AA_1}$,试求 α, β, γ 的值.



综合提升

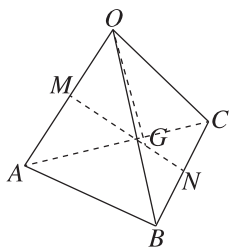
11. 如图,已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的中心为 O ,则下列结论错误的是 ()

- A. $\vec{OA} + \vec{OD}$ 与 $\vec{OB}' + \vec{OC}'$ 是一对相反向量
 B. $\vec{OB} - \vec{OC}$ 与 $\vec{OA}' - \vec{OD}'$ 是一对相反向量
 C. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}$ 与 $\vec{OA}' + \vec{OB}' + \vec{OC}' + \vec{OD}'$ 是一对相反向量
 D. $\vec{OA}' - \vec{OA}$ 与 $\vec{OC} - \vec{OC}'$ 是一对相反向量



12. [2024 · 辽宁朝阳高二期中] 如图,在三棱锥 $O-ABC$ 中, M, N 分别是棱 OA, BC 的中点,点 G 在线段 MN 上,且 $\vec{MG} = 2\vec{GN}$,设 $\vec{OG} = x\vec{OA} + y\vec{OB} + z\vec{OC}$,则 ()

- A. $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3}, z = \frac{1}{3}$
 B. $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3}, z = \frac{1}{6}$
 C. $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{6}, z = \frac{1}{3}$
 D. $x = \frac{1}{6}, y = \frac{1}{3}, z = \frac{1}{3}$



思维探索

15. [2024 · 合肥一中高二期中] 已知 O, A, B, C 为空间中不共面的四个点,且 $\vec{OP} = \frac{1}{3}\vec{OA} + \lambda\vec{OB} + \mu\vec{OC}$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$).若 P, A, B, C 四点共面,则函数 $f(x) = x^2 - 3(\lambda + \mu)x - 1$ ($x \in [-1, 2]$) 的最小值是 ()

- A. 2
 B. 1
 C. -1
 D. -2

第2课时 共线向量与共面向量

基础巩固

1. 已知向量 $\vec{AB} = a + 3b$, $\vec{BC} = 5a + 3b$, $\vec{CD} = -3a + 3b$, 则 ()
 - A. A, B, C 三点共线
 - B. A, B, D 三点共线
 - C. A, C, D 三点共线
 - D. B, C, D 三点共线

2. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列各组向量与 \vec{AC} 共面的是 ()

A. $\vec{B_1D_1}, \vec{B_1B}$	B. $\vec{C_1C}, \vec{A_1D}$
C. $\vec{BA_1}, \vec{AD_1}$	D. $\vec{A_1D_1}, \vec{A_1A}$

3. 已知空间中不重合的三点 A, B, C , 则下列选项可使 A, B, C 三点共线的是 ()
 - A. $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$
 - B. $\vec{AB} - \vec{BC} = \vec{AC}$
 - C. $\vec{AB} = \vec{BC}$
 - D. $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$

4. 已知 O 为空间中任意一点, 若四边形 $ABCD$ 满足 $\vec{AO} + \vec{OB} = \frac{3}{5}(\vec{DO} + \vec{OC})$, 则四边形 $ABCD$ 一定是 ()

A. 空间四边形	B. 平行四边形
C. 梯形	D. 矩形

5. [2024·江西九江高二期末] 对于空间任一点 O 和不共线的三点 A, B, C , O 不在平面 ABC 内, 有 $\vec{OP} = x\vec{OA} + y\vec{OB} + z\vec{OC}$, 则“ $x=2, y=-3, z=2$ ”是“ P, A, B, C 四点共面”的 ()
 - A. 必要不充分条件
 - B. 充分不必要条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分又不必要条件

6. 已知 x, y, z 是不共面的空间向量, 若 $p = 3x - 2y - 4z$ 与 $q = (m+1)x + 8y + nz$ (m, n 是实数) 是平行向量, 则 $m+n =$ _____.

7. [2024·河北石家庄高二期末] 有下列命题:

- ①若 $\vec{AB} // \vec{CD}$, 则 A, B, C, D 四点共线;
- ②若 $\vec{AB} // \vec{AC}$, 则 A, B, C 三点共线;
- ③若 e_1, e_2 为不共线的非零向量, $a = 4e_1 - \frac{2}{5}e_2$, $b = -e_1 + \frac{1}{10}e_2$, 则 $a // b$;

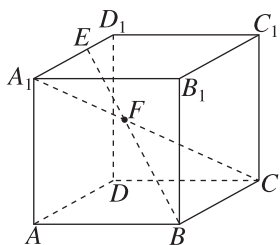
④若向量 e_1, e_2, e_3 是三个不共面的向量, 且满足等式 $k_1e_1 + k_2e_2 + k_3e_3 = \mathbf{0}$, 则 $k_1 = k_2 = k_3 = 0$. 其中是真命题的序号是 _____ (把所有真命题的序号都填上).

8. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\vec{DA} = a$, $\vec{DC} = b$, $\vec{DD_1} = c$, P 为 DD_1 的中点, 过 PB 的平面 α 分别与棱 AA_1, CC_1 交于点 E, F , 且 $AE = CF$, 用 a, b, c 表示 $\vec{BP} + \vec{EF}$.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
10
11

9. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 在 A_1D_1 上, 且 $\overrightarrow{A_1E} = 2\overrightarrow{ED_1}$, F 在体对角线 A_1C 上, 且 $\overrightarrow{A_1F} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FC}$. 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$.

- (1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示 \overrightarrow{EB} ;
(2) 求证: E, F, B 三点共线.



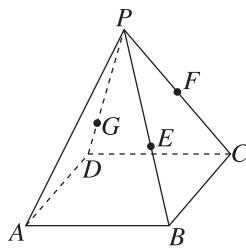
12. 已知空间中 A, B, C, D 四点共面, 且其中任意三点均不共线, 设 P 为空间中任意一点, 若 $\overrightarrow{BD} = 5\overrightarrow{PA} - 4\overrightarrow{PB} + \lambda\overrightarrow{PC}$, 则 $\lambda =$ _____.
13. 已知 A, B, C 三点不共线, 对平面 ABC 外一点 O , 满足 $\overrightarrow{OA} = 3\overrightarrow{OP} - 4\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}$, 判断点 P 与点 A, B, C 是否共面?

综合提升

10. [2024·青岛高二期中] 已知非零向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 不共线, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\overrightarrow{AC} = 2\mathbf{e}_1 + 8\mathbf{e}_2$, $\overrightarrow{AD} = 3\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2$, 则 A, B, C, D 四点 ()
- A. 共线
B. 恰是空间四边形的四个顶点
C. 共面
D. 不共面
11. [2024·安徽马鞍山高二期中] 在下列条件中, 使 M 与不共线的三点 A, B, C 一定共面的是 (其中 O 与 A, B, C 不共面) ()
- A. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$
B. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
C. $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$
D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \mathbf{0}$

思维探索

14. [2024·广东东莞外国语学校高二月考] 如图, 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, 过点 A 作一个平面分别交棱 PB, PC, PD 于点 E, F, G , 若 $\frac{PE}{PB} = \frac{3}{5}$, $\frac{PF}{PC} = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{PG}{PD} =$ _____.
15. A, B, C 是一个平面上不共线的 3 个点, O 是该平面外一定点, 一动点 P 满足 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \lambda(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, $\lambda > 0$, 则直线 AP 一定经过 $\triangle ABC$ 的 _____ (填外心、内心、重心、垂心中的一个)

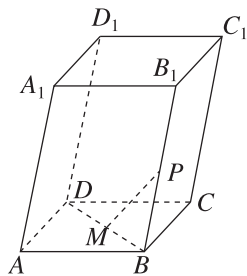


1.1.2 空间向量的数量积运算

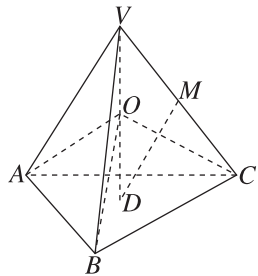
基础巩固

- 已知 a, b, c 为空间向量, 则下列关于它们的说法正确的是 ()
 - 若 $a \cdot b = b \cdot c$, 且 $b \neq 0$, 则 $a = c$
 - 若 $c = 2a + 3b$, 则 a, b, c 共面
 - $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
 - 向量 a 在向量 b 上的投影向量的模一定是正的
- 若 $|a| = 4$, a 和 b 的夹角为 60° , 则 a 在 b 方向上的投影向量的模为 ()
 - $2\sqrt{3}$
 - $\sqrt{3}$
 - 2
 - 4
- 对于空间任意两个非零向量 a, b , “ $a \cdot b < 0$ ”是 “ $\langle a, b \rangle$ 为钝角”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 若 $AB \perp BD, CD \perp BD, BD = 1$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} =$ ()
 - $\frac{1}{2}$
 - 1
 - $\sqrt{3}$
 - 0
- (多选题) [2024 · 湖南娄底高二期中] 已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 1, 设 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AA'} = c$, 则下列各式的值为 1 的有 ()
 - $a \cdot (b + c)$
 - $a \cdot (a + b + c)$
 - $(a + b) \cdot (b + c)$
 - $(a + b) \cdot c$
- 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\angle PAB = \angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $\langle \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{BC} \rangle = \frac{2\pi}{3}, PA = 2, AB = 1, BC = 3$, 则 $PC =$ ()
 - $\sqrt{7}$
 - 2
 - $\sqrt{3}$
 - 1
- [2024 · 山东烟台高二期中] 已知空间向量 a, b, c 满足 $|a| = 2, |b| = 3, |c| = \sqrt{7}$ 且 $a + b + c = 0$, 则 a 与 b 的夹角大小为 _____.
- 在四面体 $O-ABC$ 中, 棱 OA, OB, OC 两两垂直, 且 $OA = 1, OB = 2, OC = 3, G$ 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\overrightarrow{OG} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) =$ _____.

- [2024 · 浙江浙南名校联盟高二联考] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, 侧棱 $AA_1 = 4$, 且 $\angle A_1AD = \angle A_1AB = 60^\circ$, M 为 BD 的中点, P 为 BB_1 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AA_1} = c$.
 - 用向量 a, b, c 表示向量 \overrightarrow{PM} ;
 - 求线段 PM 的长度.



- 如图, 正四面体 $V-ABC$ 的高 VD 的中点为 O , VC 的中点为 M .
 - 求证: AO, BO, CO 两两垂直;
 - 求 $\langle \overrightarrow{DM}, \overrightarrow{AO} \rangle$ 的大小.

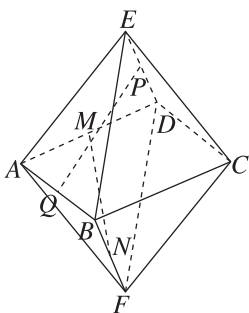


综合提升

11. [2024·安徽桐城中学高二质检] 一个结晶体的形状为平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 若以顶点 A 为端点的三条棱长都相等, 且它们彼此的夹角都是 60° , 则 BD_1 与 AC 所成角的余弦值为 ()

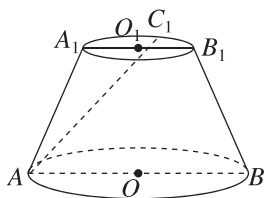
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
 C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

12. [2024·湛江一中月考] 柏拉图多面体是柏拉图及其追随者对正多面体进行系统研究后而得名的几何体. 如图是棱长均为 1 的柏拉图多面体 $EABCFD$, P, Q, M, N 分别为 DE, AB, AD, BF 的中点, 则 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{MN} =$ ()

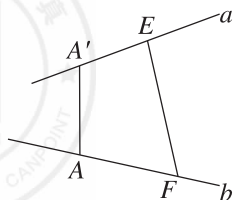


- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$
 C. $-\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{2}$

13. [2024·河北保定高二期中] 如图, A_1B_1, AB 分别是圆台上、下底面的直径, 且 $AB=2A_1B_1$, $AB \parallel A_1B_1$, C_1 是弧 A_1B_1 上靠近点 B_1 的三等分点, 则 $\overrightarrow{AC_1}$ 在 \overrightarrow{AB} 方向上的投影向量是_____.

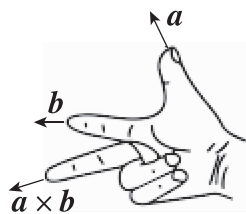


14. [2024·杭州浙大附中高二期中] 如图, 两条异面直线 a, b 所成的角为 60° , 在直线 a, b 上分别取点 A', E 和点 A, F , 使 $AA' \perp a$ 且 $AA' \perp b$. 若 $A'E=2, AF=3, EF=\sqrt{23}$, 则线段 AA' 的长为_____.



思维探索

15. (多选题)[2024·重庆万州区高二质检] 在三维空间中, $a \times b$ 叫做向量 a 与 b 的外积, 它是一个向量, 且满足下列两个条件: ① $a \perp a \times b$



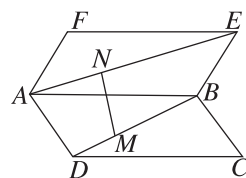
($a \times b$), $b \perp (a \times b)$, 且 $a, b, a \times b$ 三个向量构成右手系(如图所示); ② $|a \times b| = |a| |b| \cdot \sin \langle a, b \rangle$. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面积为 S , 则下列结论正确的有 ()

- A. $|\overrightarrow{AB_1} \times \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD_1} \times \overrightarrow{DB}|$
 B. $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AB}$
 C. $S = 6|\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{AC}|$
 D. $\overrightarrow{A_1C_1} \times \overrightarrow{A_1D}$ 与 $\overrightarrow{BD_1}$ 共线

16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 和矩形 $ABEF$ 中, $AB=4, AD=AF=3, \angle DAF = \frac{\pi}{3}, \overrightarrow{DM} = \lambda \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AN} = \lambda \overrightarrow{AE}, 0 < \lambda < 1$, 记 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AD} = b, \overrightarrow{AF} = c$.

(1) 当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时, 求 MN 与 AE 夹角的余弦值.

(2) 是否存在 λ 使得 $MN \perp$ 平面 $ABCD$? 若存在, 求出 λ 的值, 若不存在, 请说明理由.

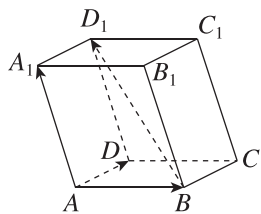


1.2 空间向量基本定理

基础巩固

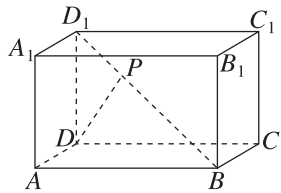
1. 下列说法中正确的是 ()
- A. 任何三个不共线的向量可构成空间的一个基底
- B. 空间的基底有且仅有一个
- C. 两两垂直的三个非零向量可构成空间的一个基底
- D. 直线的方向向量有且仅有一个

2. 如图, 在平行六面体 $AB-CD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, 则用向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 可表示向量 $\overrightarrow{BD_1}$ 为 ()



- A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$
- C. $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$ D. $-\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$
3. [2024 · 广东湛江二十一中高二期中] 已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, 若 $\mathbf{p} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{q} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$, 则 ()
- A. $\mathbf{a}, \mathbf{p}, \mathbf{q}$ 可构成空间的一个基底
- B. $\mathbf{b}, \mathbf{p}, \mathbf{q}$ 可构成空间的一个基底
- C. $\mathbf{c}, \mathbf{p}, \mathbf{q}$ 可构成空间的一个基底
- D. \mathbf{p}, \mathbf{q} 与 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 中的任何一个都不能构成空间的一个基底

4. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是线段 D_1B 上一点, 且 $BP = 2D_1P$, 若 $\overrightarrow{DP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AA_1}$, 则 $x + y + z =$ ()



- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{2}{3}$
- C. $\frac{1}{3}$ D. 1
5. 已知 $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ 是空间的一个基底, 向量 $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\mathbf{b} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3$, $\mathbf{c} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\mathbf{d} = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$, 若 $\mathbf{d} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + z\mathbf{c}$, 则 x, y, z 的值分别为 ()
- A. $\frac{5}{2}, -1, -\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{2}, 1, \frac{1}{2}$
- C. $-\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$

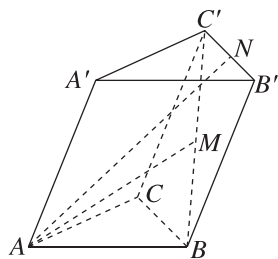
6. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 各条棱的长都相等, 且 $\angle BAA_1 = \angle CAA_1 = 60^\circ$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$
- C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

7. 若 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 能构成空间向量的一个基底, 且向量 $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\mathbf{b} = \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\mathbf{c} = \mathbf{e}_1 + t\mathbf{e}_3$ 不能构成空间向量的一个基底, 则 $t =$ _____.

8. 已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, 则可以从向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{a} + \mathbf{c}, \mathbf{a} - \mathbf{c}, \mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{b} - \mathbf{c}$ 中选出三个向量构成空间的一个基底, 请你写出一个不同于 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 的基底: _____.

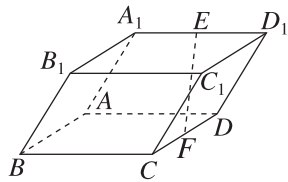
9. 如图所示, 在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 设 $\overrightarrow{AA'} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AC} = \mathbf{c}$, M 是 BC' 的中点, N 是 $B'C'$ 的中点, 用基底 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 表示以下各向量: (1) \overrightarrow{AM} ; (2) \overrightarrow{AN} .



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
11
12
13
15

10. [2024·江西宜春高二期中] 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为棱 A_1D_1, CD 的中点,且 $\angle B_1BC = \angle B_1BA = \frac{\pi}{3}$, $\angle CBA = \frac{\pi}{2}$, $AB = BC = 3, BB_1 = 2$.

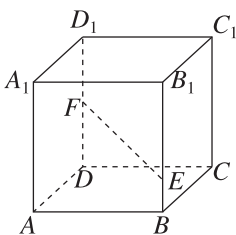
- (1)求线段 EF 的长度;
(2)求直线 AD 与直线 EF 夹角的余弦值.



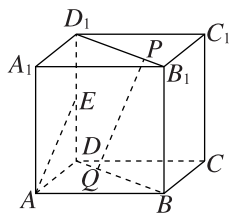
综合提升

11. [2024·河北邢台高二期末] 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别在棱 BB_1 和 DD_1 上,且 $DF = \frac{1}{2}DD_1$. 记 $\overrightarrow{EF} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AA_1}$,若 $x+y+z = \frac{1}{4}$,则 $\frac{BE}{BB_1} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$



第 11 题



第 12 题

12. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是棱 D_1D 的中点, P, Q 分别为线段 B_1D_1, BD 上的点,且 $3B_1P = PD_1$,若 $PQ \perp AE, \overrightarrow{BD} = \lambda \overrightarrow{DQ}$,则 λ 的值为 ()

A. 3 B. 4 C. -3 D. -4

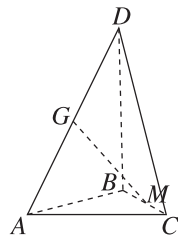
13. (多选题)如图,在三棱锥 $D-ABC$ 中, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ 两两夹角均为 $\frac{\pi}{3}$,且 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AD}| = 1$,若 G, M 分别为棱 AD, BC 的中点,则 ()

A. $|\overrightarrow{MG}| = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

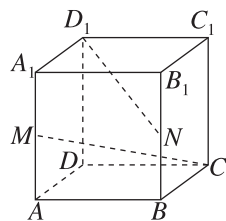
B. $|\overrightarrow{MG}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 异面直线 AC 与 DB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{33}}{6}$

D. 异面直线 AC 与 DB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

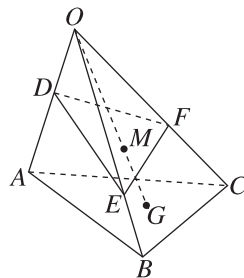


14. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 A_1A 和 B_1B 的中点,则异面直线 CM 和 D_1N 所成角的余弦值为 _____.



思维探索

15. [2024·广东揭阳普宁二中高二期中] 如图,在三棱锥 $O-ABC$ 中,点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,点 M 是线段 OG 上靠近点 G 的三等分点,过点 M 的平面分别交棱 OA, OB, OC 于点 D, E, F ,若 $\overrightarrow{OD} = k\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OE} = m\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OF} = n\overrightarrow{OC}$,则 $\frac{1}{k} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n} =$ ()



A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{9}{2}$

16. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为正方体内(包括表面)一动点,若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AA_1}$,且 $0 \leq x \leq y \leq z \leq 1$,则点 P 所有可能的位置所构成的几何体的体积是 _____,表面积是 _____.

滚动习题 (一)

范围 1.1~1.2

(时间:45分钟 分值:100分)

一、单项选择题(本大题共6小题,每小题5分,共30分)

1. [2024·浙江温州高二期中] 在平行六面体 $AB-CD-A_1B_1C_1D_1$ 中,化简 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BB_1} =$ ()
- A. $\overrightarrow{A_1C}$ B. $\overrightarrow{AC_1}$
C. $\overrightarrow{BD_1}$ D. $\overrightarrow{DB_1}$

2. 已知 A, B, C 三点不共线,对于平面 ABC 外的任意一点 O ,下列条件中能确定点 M, A, B, C 共面的是 ()

- A. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$
B. $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$
C. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$
D. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

3. 已知空间四边形 $ABCD$ 的每条边和对角线的长度都为1, F, G 分别是 AD, DC 的中点,则 $\overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{AB} =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 平面上有四个互异的点 A, B, C, D ,已知 $(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = 0$, A, B, C 不共线,则 $\triangle ABC$ 一定是 ()

- A. 直角三角形 B. 等腰直角三角形
C. 等腰三角形 D. 无法确定

5. 已知在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,点 P 在棱 B_1C_1 上,且 $B_1P = \frac{1}{3}B_1C_1$,则 $\overrightarrow{AP} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$
B. $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$
C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA_1}$
D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA_1}$

6. [2024·杭州高二联考] 已知点 D 在 $\triangle ABC$ 确定的平面内, O 是平面 ABC 外任意一点,且满足 $\overrightarrow{OD} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$ ($x, y \in \mathbf{R}$),则 $x^2 + y^2$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. 1 D. 2

二、多项选择题(本大题共2小题,每小题6分,共12分)

7. 若 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 是三个不共面的单位向量,且两两夹角均为 θ ,则 ()

- A. θ 的取值范围是 $(0, \pi)$
B. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ 能构成空间的一个基底
C. “ $\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ ”是“ P, A, B, C 四点共面”的充分不必要条件
D. $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

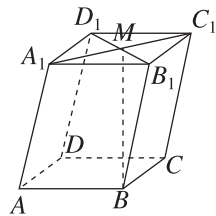
8. 已知空间四边形 $ABCD$ 的四条边和对角线的长度都为 a ,且 E, F, G 分别是 AB, AD, DC 的中点,则下列四个式子中结果为 $-a^2$ 的有 ()

- A. $2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC}$ B. $2\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD}$
C. $2\overrightarrow{GF} \cdot \overrightarrow{AC}$ D. $2\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CB}$

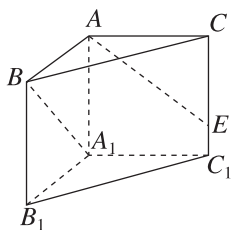
三、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

9. 已知空间向量 a, b, c 两两夹角为 60° ,且 $|a| = |b| = |c| = 1$,则 $|a + b - c| =$ _____.

10. [2024·福州高二期中] 如图所示,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点,若存在实数 x, y, z ,使向量 $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AA_1}$,则 $x + 2y + 3z =$ _____.



11. [2024·杭州六县九校联盟高二期中] 如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AA_1 = A_1B_1 = A_1C_1 = 4$,点 E 是棱 CC_1 上一点,且



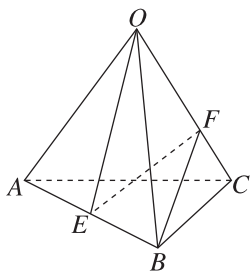
异面直线 A_1B 与 AE 所成角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{2}}{10}$,则 C_1E 的长为_____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8

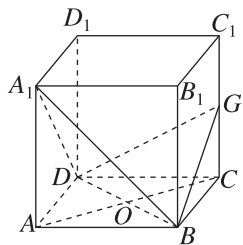
四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

12. (13 分)[2024·广西南宁高二期中] 如图,四面体 $O-ABC$ 的各条棱长均为 2, E 是 AB 的中点, F 在 OC 上,且 $\overrightarrow{OF} = 2\overrightarrow{FC}$.

- (1)用 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 表示 \overrightarrow{EF} ;
 (2)求向量 \overrightarrow{OE} 与向量 \overrightarrow{BF} 所成角的余弦值.



13. (15 分)如图所示,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 为 AC 与 BD 的交点, G 为 CC_1 的中点, 求证:平面 $A_1BD \perp$ 平面 GBD .



14. (15 分)已知 $\{e_1, e_2, e_3\}$ 是空间的一个基底,且 $\overrightarrow{OP} = 2e_1 - e_2 + 3e_3, \overrightarrow{OA} = e_1 + 2e_2 - e_3, \overrightarrow{OB} = -3e_1 + e_2 + 2e_3, \overrightarrow{OC} = e_1 + e_2 - e_3$.

- (1) $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 能否构成空间的一个基底? 若能,试用这一个基底表示 \overrightarrow{OP} ; 若不能,请说明理由.
 (2)判断 P, A, B, C 四点是否共面.

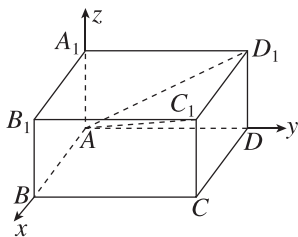
1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1 空间直角坐标系

基础巩固

- [2024·皖中名校联盟高二联考] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 点 $(2, -3, 5)$ 关于 Ozx 平面的对称点的坐标为 ()
A. $(-2, -3, -5)$
B. $(2, 3, 5)$
C. $(5, -3, 2)$
D. $(-5, -3, -2)$
- 在空间直角坐标系中, 点 $A(1, -2, 3)$ 与点 $B(-1, -2, -3)$ 关于 ()
A. x 轴对称 B. y 轴对称
C. z 轴对称 D. 原点对称
- 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知点 $P(-2, 1, 3)$, 过点 P 作 Ozx 平面的垂线 PQ , 垂足为 Q , 则点 Q 的坐标为 ()
A. $(0, 1, 0)$ B. $(0, 1, 3)$
C. $(-2, 0, 3)$ D. $(-2, 1, 0)$
- 若点 $A(-2, 2, 1)$ 关于 y 轴的对称点为 A' , 则向量 $\overrightarrow{AA'}$ 的坐标为 ()
A. $(4, -4, -2)$ B. $(0, -4, 0)$
C. $(4, 0, -2)$ D. $(-4, 0, 2)$
- [2024·安徽淮北高二期中] 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4, BC=1, AA_1=3$, 已知向量 a 在基底 $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}\}$ 下的坐标为 $(2, 1, -3)$. 若分别以 $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}$ 的方向为 x 轴、 y 轴、 z 轴的正方向建立空间直角坐标系, 则 a 的坐标为 ()
A. $(2, 1, -3)$ B. $(-1, 2, -3)$
C. $(1, -8, 9)$ D. $(-1, 8, -9)$
- 已知 i, j, k 是空间直角坐标系 $Oxyz$ 中 x 轴、 y 轴、 z 轴正方向上的单位向量, 且 $\overrightarrow{OA}=3i, \overrightarrow{AB}=i+j+k$, 则点 B 的坐标为 ()
A. $(1, -1, 1)$ B. $(4, 1, 1)$
C. $(1, 4, 2)$ D. $(4, 1, 2)$
- 在空间直角坐标系中, 点 $P(1, a, b)$ 与点 $Q(c, -2, 4)$ 关于原点对称, 则 $abc =$ _____.

- 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $AB=AD=2, BB_1=1$, 建立如图所示的空间直角坐标系, 则 $\overrightarrow{AD_1}$ 的坐标为 _____, $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为 _____.

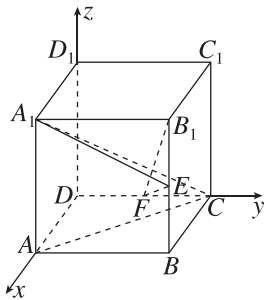


- [2024·安徽宿州高二联考] 已知 $\{a, b, c\}$ 是空间的一个单位正交基底, $\{a+b, a-b, c\}$ 是空间的另一个基底. 若向量 p 在基底 $\{a, b, c\}$ 下的坐标为 $(4, 2, 3)$, 求向量 p 在基底 $\{a+b, a-b, c\}$ 下的坐标.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
11
12

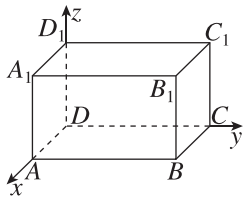
10. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F 分别为棱 BB_1, DC 的中点, 建立空间直角坐标系, 如图所示.

- (1) 写出正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 各顶点的坐标 (不需写出计算过程);
 (2) 写出向量 $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{B_1F}, \overrightarrow{A_1E}$ 的坐标 (不需写出计算过程);
 (3) 求向量 $\overrightarrow{A_1C}$ 在向量 \overrightarrow{AC} 上的投影向量的坐标.



综合提升

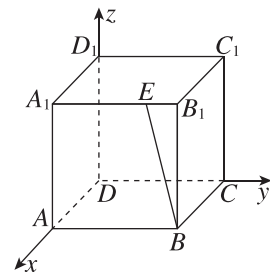
11. 设 $y \in \mathbf{R}$, 则点 $P(1, y, 2)$ 的集合为 ()
 A. 垂直于 Ozx 平面的一条直线
 B. 平行于 Ozx 平面的一条直线
 C. 垂直于 y 轴的一个平面
 D. 平行于 y 轴的一个平面
12. (多选题) 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=5, AD=4, AA_1=3$, 以 D 为原点, DA, DC, DD_1 所在直线分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴, 建立空间直角坐标系 $Dxyz$, 则下列结论中正确的是 ()
 A. 点 B_1 的坐标为 $(3, 5, 4)$
 B. 点 C_1 关于点 B 对称的点为 $(8, 5, -3)$
 C. 点 A 关于直线 BD_1 对称的点为 $(0, 5, 3)$
 D. 点 C 关于平面 ABB_1A_1 对称的点为 $(8, 5, 0)$



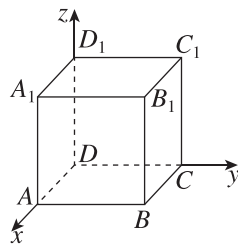
13. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 点 $A(0, 1, -1), B(1, 1, 2)$, 点 B 关于 y 轴的对称点为 C , 则 $|\overrightarrow{AC}| =$ _____.

思维探索

14. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E 在棱 A_1B_1 上, 且 $B_1E = \frac{1}{4}A_1B_1$, 建立如图所示的空间直角坐标系, 则 $\overrightarrow{BE} =$ _____.



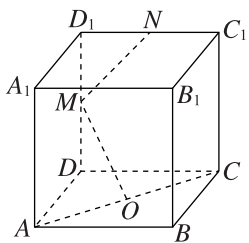
15. [2024·天津五校联考] 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 以 D 为原点, $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}$ 的方向分别为 x, y, z 轴的正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系 $Dxyz$, 有一个动点 P 在正方体的各个面上运动.
 (1) 当点 P 分别在平行于坐标轴的各条棱上运动时, 探究动点 P 的坐标特征;
 (2) 当点 P 分别在各个面对角线上运动时, 探究动点 P 的坐标特征.



1.3.2 空间向量运算的坐标表示

基础巩固

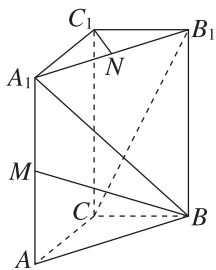
- 在空间直角坐标系中, 向量 $\mathbf{a} = (2, -3, 5)$, $\mathbf{b} = (-2, 4, 5)$, 则向量 $\mathbf{a} + \mathbf{b} =$ ()
 A. $(0, 1, 10)$
 B. $(-4, 7, 0)$
 C. $(4, -7, 0)$
 D. $(-4, -12, 25)$
- 设一地球仪的球心为空间直角坐标系的原点 O , 球面上的两个点 A, B 的坐标分别为 $(1, 2, 2)$, $(2, -2, 1)$, 则 $|\overrightarrow{AB}| =$ ()
 A. 18
 B. 12
 C. $2\sqrt{3}$
 D. $3\sqrt{2}$
- [2024·湛江一中高二期中] 已知 $\mathbf{a} = (2, -1, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, 4, -2)$, $\mathbf{c} = (4, 5, \lambda)$, 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 三个向量不能构成空间的一个基底, 则实数 λ 的值为 ()
 A. 0
 B. 9
 C. 5
 D. 3
- 已知 $\overrightarrow{AB} = (2, -3, 2)$, $C(2, \frac{1}{2}, -1)$, $D(x, y, 0)$, 且 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$, 则 x, y 的值分别为 ()
 A. 3, 1
 B. $4, -\frac{5}{2}$
 C. 3, -1
 D. 1, 1
- (多选题) 已知向量 $\mathbf{a} = (1, -2, 2)$, $\mathbf{b} = (2, -3, 2)$, 则下列结论正确的是 ()
 A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (3, -5, 4)$
 B. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 12$
 C. $|\mathbf{a} - 2\mathbf{b}| = 6$
 D. \mathbf{a}, \mathbf{b} 不平行
- 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面 $ABCD$ 的中心, M, N 分别是棱 DD_1, D_1C_1 的中点, 则直线 OM ()
 A. 与 AC, MN 都垂直
 B. 垂直于 AC , 但不垂直于 MN
 C. 垂直于 MN , 但不垂直于 AC
 D. 与 AC, MN 都不垂直
- 若向量 $\mathbf{a} = (1, -1, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 1, -3)$, 则 $|2\mathbf{a} + \mathbf{b}| =$ _____.
- [2024·湖北宜荆随高二联考] 已知空间向量 $\mathbf{a} = (0, 1, 2)$, $\mathbf{b} = (-1, 2, 2)$, 则向量 \mathbf{a} 在向量 \mathbf{b} 上的投影向量是 _____.
- 已知向量 $\mathbf{a} = (-2, -1, 2)$, $\mathbf{b} = (-1, 1, 2)$, $\mathbf{c} = (x, 2, 2)$.
 (1) 当 $|\mathbf{c}| = 2\sqrt{2}$ 时, 若向量 $k\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 \mathbf{c} 垂直, 求实数 x 和 k 的值;
 (2) 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, 求证: 向量 \mathbf{c} 与向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 共面.



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
11
12
13

10. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA = CB = 1, \angle BCA = 90^\circ, AA_1 = 2, M, N$ 分别是 A_1A, A_1B_1 的中点.

- (1) 求线段 BM 的长;
 (2) 求 $\cos\langle \overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{CB_1} \rangle$ 的值;
 (3) 求证: $A_1B \perp C_1N$.

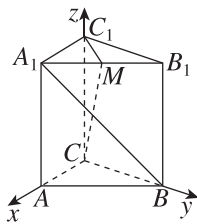


综合提升

11. [2024·安徽桐城中学高二质检] 定义 $a \otimes b = |a|^2 - a \cdot b$, 若向量 $a = (1, -2, 2)$, 向量 b 为单位向量, 则 $a \otimes b$ 的取值范围是 ()

- A. $[6, 12]$ B. $[0, 6]$
 C. $[-1, 5]$ D. $[0, 12]$

12. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BCA = 90^\circ, AC = CC_1 = 2, M$ 是 A_1B_1 的中点, 以 C 为坐标原点, 建立如图所示的空间直角坐标系. 若 $\overrightarrow{A_1B} \perp \overrightarrow{C_1M}$, 则异面直线 CM 与 A_1B 所成角的余弦值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{3}$

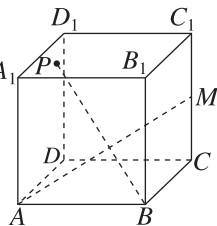
13. (多选题) [2024·武汉十一中高二月考] 已知空间四点 $O(0, 0, 0), A(0, 1, 2), B(2, 0, -1), C(3, 2, 1)$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -2$
 B. 以 OA, OB 为邻边的平行四边形的面积为 $\frac{\sqrt{21}}{2}$
 C. 点 O 到直线 BC 的距离为 $\sqrt{5}$
 D. O, A, B, C 四点共面

14. [2024·皖中名校联盟高二联考] 已知点 $A(1, 2, 1), B(3, 3, 2), C(\lambda + 1, 4, 3)$, 若 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角, 则 λ 的取值范围为_____.

思维探索

15. [2024·常德一中高二月考] 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 6, 点 M 为 CC_1 的中点, 点 P 为底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的动点, 且满足 $BP \perp AM$, 则点 P 的轨迹长度为_____.



16. 已知 a, b 是空间中相互垂直的两个单位向量, 且 $|c| = 5, c \cdot a = c \cdot b = 2\sqrt{2}$, 则 $|c - ma - nb|$ 的最小值是_____.